

数学 II 計算力チェック

3年 _____ 組 _____ 番 名前 _____

1. 関数 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ とする。次に定める図形の面積を求めよ。

(1) $y = f(x)$, x 軸と直線 $x = 1$, $x = 3$ で囲まれる

(2) $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれる

解説

1 関数 $f(x) = x^2 + 4x + 3$

$f(x) = 0$ として解くと、

$(x+1)(x+3) = 0$ より $x = -1, -3$ である。

$y = f(x)$ のグラフは下に凸なので

$x < -3, x > -1$ で $f(x) > 0$ であり、

$-3 \leq x \leq -1$ で $f(x) \leq 0$ である。

(1) x 軸と直線 $x = 1, x = 3$

$1 < x < 3$ で $f(x) > 0$ なので、

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 (x^2 + 4x + 3) dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x \right]_1^3 \\ &= (9 + 18 + 9) - \left(\frac{1}{3} + 2 + 3 \right) \\ &= 31 - \frac{1}{3} = \frac{92}{3} \end{aligned}$$

(2) $y = f(x)$ と x 軸との交点は $x = -3, -1$

よって、 $y = f(x)$ のグラフから

$-3 \leq x \leq -1$ で $f(x) \leq 0$ である。

よって、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-1} -(x^2 + 4x + 3) dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 3x \right]_{-3}^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{3} - 2 + 3 \right) - (9 - 18 + 9) \\ &= \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$